

آنالیز المان محدود در دندانپزشکی ایمپلنت

مؤلفین:

دکتر رودابه کوردیان

دکتر علی حافظ قرآن

فهرست مطالب

۸۷	مدلسازی شکست ایمپلنت - استخوان	۵	فصل اول: مقدمه‌ای بر دنیای المان محدود
۸۸	دقت مدل‌های المان محدود	۶	تاریخچه
۸۹	فصل پنجم: طراحی به کمک کامپیوتر (CAD)	۷	معادلات اصلی در المان محدود
۹۰	تاریخچه طراحی با کامپیوتر	۸	روش‌های عددی آنالیز المان محدود
۹۱	نرم‌افزار CATIA	۹	مراحل تحلیل در روش المان محدود
۹۳	تاریخچه مدلسازی کامپیوتری در دندانپزشکی	۹	روش‌های فرمول‌سازی در المان محدود
۹۴	مدلسازی با CAD	۱۵	فصل دوم: نکات ابتدایی المان محدود
۹۶	پروتکل CAD در مدلسازی سه بعدی ساختارها	۱۹	فصل سوم: مکانیک مواد
۱۰۰	آماده‌سازی تصاویر جهت مدلسازی با CAD	۲۰	جرم، نیرو و وزن
۱۰۴	مدلسازی هندسی سه بعدی با استفاده از تصاویر پزشکی	۲۱	استرس
۱۱۷	فصل ششم: ساختار نرم‌افزار ANSYS	۲۲	انواع استرس
۱۱۹	شروع به کار با برنامه ANSYS	۲۳	تغییر شکل ناشی از استرس یا استرین
۱۲۰	ذخیره کردن عملیات	۲۶	حد تناسب و حد الاستیک
۱۲۳	سازمان‌دهی فایل‌ها	۲۷	استحکام تسلیم
۱۲۴	خارج شدن از برنامه	۲۹	مدول کشسانی
۱۲۴	آنالیز المان محدود در ANSYS	۳۱	خاصیت ارتجاعی
۱۲۵	تعریف انواع المان	۳۲	ضریب پواسان
۱۲۹	تعیین خواص مواد	۳۲	استحکام خستگی
۱۳۱	ایجاد هندسه مدل	۳۵	ویسکوالاستیسیته
۱۳۷	مش‌بندی مدل		فصل چهارم: پیش‌نیازهای مدلسازی المان محدود در دندانپزشکی
۱۴۰	اعمال شرایط مرزی و بارهای خارجی	۳۹	شکل هندسی
۱۴۲	اعمال نیرو	۴۱	خصوصیات مواد
۱۴۴	حل مسأله	۴۷	استخوان
۱۴۶	پردازش تکمیلی	۴۹	ایمپلنت
۱۴۶	تخمین خطا	۶۸	تماس استخوان - ایمپلنت
۱۴۹	فصل هفتم: ارتباط بانرم‌افزارهای CAD/CAM	۷۴	وضعیت بارگذاری
۱۵۰	انتقال مدل‌های هندسی از CATIA به ANSYS	۸۲	وضعیت مرزها
۱۵۳	منابع	۸۵	

پیشگفتار

شبیه‌سازی کامپیوتری در ارزیابی طرح‌های مختلف و مشاهده عیوب احتمالی، روشی معمول می‌باشد و به کمک آن می‌توان تعداد آزمایشات مورد نیاز را به میزان قابل توجهی کاهش داد. بعلاوه شبیه‌سازی عددی یک سازه، بررسی دقیق جزئیاتی از آن را امکان‌پذیر می‌نماید که در روش طراحی دستی، میسر نمی‌باشد. آنالیز المان محدود یکی از قوی‌ترین روش‌های حل عددی است که در شبیه‌سازی مسائل سازه‌ای، ارتعاشی، حرارتی و بسیاری از مسائل دیگر کاربرد دارد. نرم‌افزار ANSYS به سبب قدمت، قابلیت‌های فراوان و منحصر به فرد دارد و به علت امکان ارتباط با نرم‌افزارهای دیگر و حل ترکیبی مسائل، جای خود را در طیف وسیعی از صنایع باز نموده است. کاربرد این روش در بررسی نحوه توزیع و محل تنش‌ها در مطالعات دندانپزشکی نیز معمول شده است. متأسفانه منبع مناسبی که نحوه استفاده از این روش را به طور مختصر و مفید جهت استفاده دندانپزشکان شرح دهد در دسترس نیست. بنابراین بر آن شدیم که گامی هر چند کوچک در این راستا برداریم. در کتاب حاضر سعی شده اطلاعاتی در مورد نحوه مدل‌سازی، نحوه کار با نرم‌افزار ANSYS و ملاحظات استفاده از روش آنالیز المان محدود در دندانپزشکی ایمپلنت ارائه گردد تا راهنمای همکاران محترم باشد.

فصل اول

مقدمه‌ای بر دنیای المان محدود

تاریخچه مختصری از پیدایش روش المان محدود و ظهور ANSYS

المان محدود یک روش عددی است که در تحلیل و حل مسائل مهندسی به کار می‌رود. از این روش در بررسی مسائل پایدار (Steady state)، گذرا (Transient)، خطی (linear) و غیر خطی (Nonlinear) در تحلیل تنش‌ها، انتقال حرارت، جریان سیال و یا الکترومغناطیس استفاده می‌شود.

سابقه روش المان محدود امروزی به سالهای ۱۹۰۰ برمی‌گردد، که تعدادی از محققان با تفکیک کردن یک محیط پیوسته الاستیک و مدل سازی آن با چند میله الاستیک، رفتار آن را در شرایط مختلف پیش بینی می‌کردند. کورانت در سال ۱۹۴۳، برای اولین بار کاربرد المان محدود را گسترش داد. وی در مقاله‌ای که در اوایل دهه ۱۹۴۰ منتشر کرد از ترکیب چندین جمله در ناحیه‌های مثلثی برای بررسی مسائل پیچش کمک گرفت.

قدم بعدی در استفاده از روشهای المان محدود در دهه ۱۹۵۰ توسط Boeing برداشته شد. وی از المانهای مثلثی برای مدل سازی تنش در بال هواپیما استفاده کرد. اصطلاح المان محدود در سال ۱۹۶۰، توسط Clough رواج پیدا نمود. در دهه ۱۹۶۰ محققان، روش المان محدود را در زمینه‌های دیگری مثل انتقال حرارت و جریان سیالات در محیط‌های متخلخل زیر زمینی به کار گرفتند و در سال ۱۹۷۱ اولین ویرایش ANSYS به بازار آمد.

ANSYS یک برنامه کامپیوتری فراگیر و چند منظوره آنالیز المان محدود است که تقریباً در یک میلیون خط برنامه نویسی شده است و قادر است تحلیل‌هایی در زمینه دینامیک، استاتیک، انتقال حرارت، جریان سیالات و الکترومغناطیس ارائه دهد. ANSYS طی ۳۰ سال گذشته، برنامه پیشرو در تحلیل المان محدود (finite element analysis) بوده است. نسخه فعلی ANSYS، با پنجره‌های متعدد، منوهای کشویی (pull down menu)، جعبه‌های گفتگو (dialog box) و ابزارهای مختلف (Toolbar) که در رابط گرافیکی کاربر (Graphical User Interface) موجود هستند، ظاهر کاملاً جدید پیدا کرده است. امروزه ANSYS در بسیاری از زمینه‌های مهندسی مانند هوافضا، خودروسازی، الکترونیک، مهندسی هسته‌ای مورد استفاده قرار می‌گیرد. برای استفاده آگاهانه از ANSYS یا هر برنامه المان محدود دیگر لازم است که مفاهیم اصلی و محدودیت‌های روشهای المان محدود مشخص شود. با اینکه ANSYS در حل مسائل مختلف مهندسی ابزار بسیار موثر و قدرتمندی است، ولی کاربری که از این نرم افزار بدون آگاهی از روش‌های المان محدود، استفاده نماید مانند متخصص کامپیوتری خواهد بود که از برنامه‌های مختلف استفاده می‌کند ولی از آنجایی که از اصول کار اجزای داخلی کامپیوتر اطلاعی ندارد، نمی‌تواند به تعمیر آن بپردازد.

معادلات اصلی در المان محدود

در این قسمت مبانی و پایه‌های مدل سازی به روش آنالیز اجزای محدود معرفی می‌شود. درک این مفاهیم، شما را قادر خواهد ساخت که به طور موثرتری از یک نرم افزار چند منظوره المان محدود، مثل ANSYS استفاده کنید. ابتدا مفاهیم و فرضیات فرمول سازی در روش المان محدود، شامل فرمول سازی مستقیم، تئوری کمترین انرژی پتانسیل و روشهای باقیمانده وزنی توصیف می‌شوند.

مسائل هندسی

به طور کلی مسائل هندسی، مدل‌های ریاضی برای پدیده‌های فیزیکی مختلف هستند. این مدل‌های ریاضی، معادلات دیفرانسیل با مقادیر مرزی و یا شرایط اولیه‌ای می‌باشند، که با کاربرد قوانین اصلی طبیعت، برای یک سیستم یا حجم حاصل می‌شوند. این معادلات حاکم، همان روابط بین جرم، نیرو، انرژی و بقای آن می‌باشند، که در صورت حل کامل، جزئیات رفتار سیستم را تحت شرایط ارائه شده بیان می‌کنند. جواب‌های تحلیل معادلات دیفرانسیل دارای دو قسمت هستند:

۱. جواب معادله همگن

۲. جواب خصوصی

در هر مساله مهندسی دو دسته پارامتر وجود دارد که بر رفتار سیستم اثر می‌گذارند؛ اول پارامترهایی که نمایانگر رفتار طبیعی جسم می‌باشند. این پارامترها مانند مدول الاستیسیته و ضریب هدایت گرمایی جزء خواص سیستم به شمار می‌روند. در جدول ۱-۱ تعدادی از خواص فیزیکی مهم را که ویژگی‌های طبیعی بسیاری از مسائل را مشخص می‌کنند، مشاهده می‌کنید. از طرف دیگر، بعضی از پارامترها، موجب اغتشاش در سیستم می‌شوند. این نوع پارامترها در جدول ۱-۲ نشان داده شده‌اند. مثال‌هایی از این پارامترها، نیروهای خارجی، گشتاورها، اختلاف دما در یک محیط، و اختلاف فشار در جریان سیال هستند.

پارامترهای موثر بر رفتار سیستم

مدول کشسانی

مدول برشی

ضریب هدایت گرمایی

زبری سطح

مقاومت

جدول ۱-۱ پارامترهای موثر بر رفتار سیستم

خصوصیات مشابه آنچه در جدول ۱-۱ نشان داده شده است، در رفتار طبیعی سیستم تاثیر می‌گذارند و همواره در قسمت جواب همگن معادلات حاکم بر رفتار جسم ظاهر می‌شوند. در عوض پارامترهایی که موجب اغتشاش می‌گردند، در جواب خصوصی ظاهر می‌شوند. بنابراین، درک نقش این پارامترها، در مدل سازی المان محدود، بنا به ترتیب ظهورشان در ماتریس‌های سختی، هدایت یا ماتریس‌های بار و نیرو بسیار مهم است. خواص فیزیکی سیستم همواره در ماتریس‌های سختی، هدایت و یا مقاومت ظاهر می‌شوند، در حالی که پارامترهای اغتشاش همواره در ماتریس نیرو ظاهر می‌گردند.

نوع مساله	پارامتر
مکانیک جامدات	نیرو-گشتاورخارجی- تحریکات تکیه گاه
انتقال حرارت	اختلاف دما- شار حرارتی
جریان سیال	اختلاف فشار- دبی
مدارات الکتریکی	اختلاف پتانسیل

جدول ۱-۲ پارامترهایی که موجب اغتشاش در سیستم می‌شوند.

روشهای عددی آنالیز المان محدود

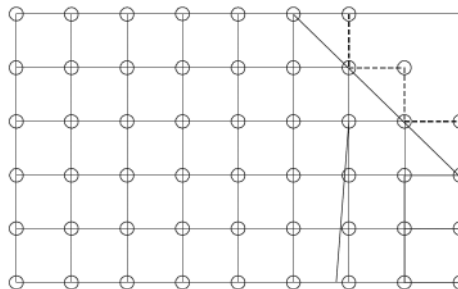
مسائل علمی زیادی وجود دارند که ما نمی‌توانیم برای آن‌ها حل‌هایی دقیق و تحلیلی ارائه دهیم. دلایل این ناتوانی، به طبیعت سخت و پیچیده معادله دیفرانسیل و یا به مشکلات حین کار با مقادیر اولیه و شرایط مرزی، مربوط می‌باشند. در چنین شرایطی از تقریب‌های عددی استفاده می‌کنیم. برخلاف حل‌های تحلیلی که رفتار دقیق سیستم را در هر نقطه آن نشان می‌دهند، راه حل‌های عددی فقط تقریبی از جواب‌های اصلی را در نقاط مشخصی از سیستم که به گره معروفند، در اختیار می‌گذارند. اولین قدم در هر روش عددی، تفکیک کردن است. تفکیک کردن یعنی تقسیم کردن ناحیه مورد بررسی به ناحیه‌های کوچکتر و گره‌ها.

روشهای عددی رایج معمولاً در دو دسته جای می‌گیرند:

۱. روش‌های اختلاف محدود (FEM)

۲. روش‌های اجزای محدود (FEA)

در روش‌های اختلاف محدود، معادله دیفرانسیل برای هر گره نوشته می‌شود و مشتقات در معادله دیفرانسیل با معادلات اختلاف جایگزین می‌شوند. این روش به حل یک دستگاه معادلات خطی منجر می‌شود. با اینکه درک و استفاده از روش‌های اختلاف محدود در مسائل ساده کار مشکلی نیست، کاربرد آن در مسائلی که هندسه و یا شرایط مرزی پیچیده‌ای دارند با مشکلات بیشتری همراه خواهد بود. این مشکل برای مسائلی که با مواد ناهمگن سروکار دارند، نیز صادق است (شکل ۱-۱).



شکل ۱-۱ روش اختلاف محدود

در عوض روش المان محدود از فرمول سازی‌های انتگرالی به جای معادلات اختلاف استفاده می‌کند و حاصل این روش سیستم معادلات جبری می‌باشد. علاوه بر این فرض می‌شود که رفتار هر المان با یک تابع تقریبی پیوسته شبیه سازی می‌شود و جواب نهایی برای کل سیستم، از ترکیب جواب‌های به دست آمده برای هر المان و با اعمال شرایط پیوستگی در مرزهای المان‌های میانی، به دست می‌آید.

مراحل اصلی تحلیل در روش المان محدود

مراحل اصلی تحلیل به روش المان محدود شامل موارد زیر است:

مرحله پیش پردازش

۱. دامنه جواب را به المان‌های محدود تقسیم می‌کنیم؛ یعنی مساله را به گره‌ها و المان‌های مختلف تجزیه می‌نماییم.
۲. یک تابع دروناب (Shape Function) که معرف رفتار فیزیکی المان باشد، در نظر می‌گیریم. یعنی برای هر المان تابعی تقریبی و پیوسته فرض می‌کنیم که معرف رفتار آن المان، تحت شرایط مورد نظر باشد.
۳. معادلات مربوط به یک المان را می‌نویسیم.
۴. با ترکیب کردن المان‌ها، حل را برای کل مساله تعمیم می‌دهیم. در این مرحله ماتریس عمودی سختی را به دست می‌آوریم.
۵. بارگذاری‌ها، مقادیر اولیه و شرایط مرزی را روی معادلات به دست آمده اعمال می‌کنیم.

مرحله حل کردن

دستگاه معادلات خطی (یا غیر خطی) به دست آمده را حل می‌کنیم تا اطلاعاتی در محل گره‌ها به دست آوریم، مثلاً در مسائل سازه‌ای جابه جایی در گره‌ها و یا در مسائل انتقال حرارت دمای گره‌های مختلف را مشخص می‌کنیم.

مرحله پردازش تکمیلی

می‌توانیم اطلاعات مهم دیگری مثل مقادیر تنش یا شار حرارتی را نیز به دست آوریم.

روشهای فرمول سازی در المان محدود

به طور کلی، راه‌های زیادی برای فرمول سازی مسائل المان محدود وجود دارند که عبارتند از:

۱. فرمول سازی مستقیم
۲. فرمول سازی به روش کمترین انرژی پتانسیل کل
۳. فرمول سازی به روشهای باقیمانده وزنی

فرمول سازی مستقیم

پیچش یک استوانه را تصور کنید (شکل ۱-۲). زاویه پیچش θ ، برای این استوانه با سطح مقطع ثابت و ممان اینرسی قطبی J و طول L در صورتی که ماده همگن از مدول سختی G (Modulus of Rigidity) ساخته شده باشد و گشتاور T به آن وارد شود، برابر است با:

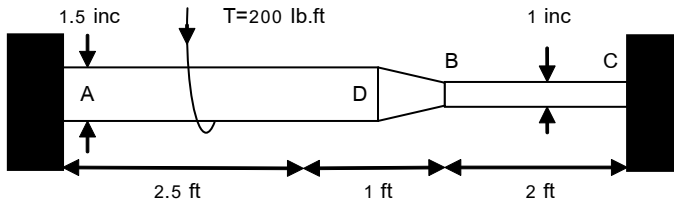
$$\theta = \frac{TL}{GJ}$$

با استفاده از فرمول سازی مستقیم، شرایط تعادل استاتیکی و رابطه فوق می‌توانیم نشان دهیم که در مورد

المانی که از دو گره تشکیل شده است، ماتریس سختی، زاویه پیچش و گشتاور وارد به المان به صورت زیر به هم مربوطند:

$$\frac{GJ}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{Bmatrix}$$

البته مسائل پیچش گسترده تر از این بحث هستند ولی در این مثال فرض می کنیم که محور دارای دو قسمت است. همان طور که در شکل زیر مشخص است، قسمت AB از ماده‌ای با مدول سختی $G=3.9e6$ ساخته شده و قطر آن $1/5$ اینچ است. جز BC از ماده دیگری با مدول سختی $G=4e6$ ساخته شده و قطر آن یک اینچ می باشد. محور در دو سر A و C ثابت شده است. گشتاوری معادل $0 \cdot \text{lb. ft}$ به نقطه D وارد می شود. اکنون می توانیم با در نظر گرفتن سه المان برای این مسئله، زاویه پیچش در B، C و E و عکس العمل های پیچشی را به دست آوریم.



شکل ۱-۲ به استوانه‌ای با سطح مقطع ثابت، ممان اینرسی قطبی J و طول L ، مدول سختی G گشتاور T وارد می شود.

این مسئله را با مدلی که شامل چهار گره A، B، C، D و سه المان AD، BD، BC است، جایگزین می کنیم. ممان اینرسی قطبی برای هر المان برابر است با:

$$J_1 = J_2 = \frac{1}{2} \pi r^4 = \frac{1}{2} \pi \left(\frac{1.5}{2}\right)^4 = 0.497$$

$$J_3 = \frac{1}{2} \pi r^4 = \frac{1}{2} \pi \left(\frac{1.0}{2}\right)^4 = 0.0982$$

همچنین برای هر المان، ماتریس سختی به فرم زیر قابل محاسبه است:

$$[K]^{(e)} = \frac{GJ}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

بنابراین المان اول ماتریس سختی به صورت زیر خواهد بود:

$$[K]^{(1)} = \frac{(3.9e6)(0.497)}{(12 \times 2.5)} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 64610 & -64610 \\ -64610 & 64610 \end{bmatrix}$$

و موقعیت آن در ماتریس عمومی به صورت زیر است:

$$[K]^{(1G)} = \begin{bmatrix} 64610 & -64610 & 0 & 0 \\ -64610 & 64610 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_4 \end{matrix}$$

به طور مشابه ماتریس سختی المان‌های دوم، سوم و موقعیت این ماتریس‌ها در ماتریس سختی عمومی به صورت زیر خواهد بود:

$$[K]^{(2)} = \frac{(3.9e6)(0.497)}{(12 \times 1.0)} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 161525 & -161525 \\ -161525 & 161525 \end{bmatrix}$$

$$[K]^{(2G)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 161525 & -161525 & 0 \\ 0 & -161525 & 161525 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \end{matrix}$$

$$[K]^{(3)} = \frac{(4e6)(0.0982)}{(12 \times 2.0)} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16367 & -16367 \\ -16367 & 16367 \end{bmatrix}$$

$$[K]^{(3G)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 16367 & -16367 \\ 0 & 0 & -16367 & 16367 \end{bmatrix} \begin{matrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \end{matrix}$$

ماتریس عمومی نهایی نیز به سادگی و با جمع کردن ماتریس‌های مربوط به هر المان به دست می‌آید:

$$[K]^{(G)} = [k]^{(1G)} + [K]^{(2G)} + [K]^{(3G)}$$

$$[K]^{(G)} = \begin{bmatrix} 64610 & -64610 & 0 & 0 \\ -64610 & 64610 + 161525 & -161525 & 0 \\ 0 & -161525 & 161525 + 16367 & -16367 \\ 0 & 0 & -16367 & 16367 \end{bmatrix}$$

با استفاده از شرایط مرزی در نقاط C، A و اعمال گشتاور خارجی داریم:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -64610 & 226135 & -161525 & 0 \\ 0 & -161525 & 177892 & -16367 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -(200 \times 12) \text{ lb.in} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

از حل دستگاه فوق معادله زیر حاصل می‌شود:

$$\begin{Bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -0.03020 \text{ rad} \\ -0.02742 \text{ rad} \\ 0 \end{Bmatrix}$$

عکس العمل‌ها در A و C را می‌توانیم به روش زیر محاسبه کنیم:

$$\{R\} = [k]\{\theta\} - \{T\}$$

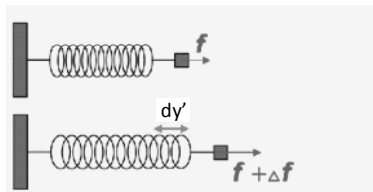
$$\begin{Bmatrix} R_A \\ R_D \\ R_B \\ R_C \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -64610 & 226135 & -161525 & 0 \\ 0 & -161525 & 177892 & -16367 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ -0.03020 \\ 0.02742 \\ 0 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} 0 \\ -(200 \times 12)lb.in \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{Bmatrix} R_A \\ R_D \\ R_B \\ R_C \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1951lb.in \\ 0 \\ 0 \\ 449lb.in \end{Bmatrix}$$

همان طور که می‌بینید جمع گشتاور به دست آمده در تکیه گاه‌ها برابر گشتاور اعمالی در نقطه D است. همچنین توجه داشته باشید که تغییر در قطر محورها، باعث زیاد شدن تمرکز تنش می‌شود که البته با مدلی که در اینجا مطرح شد، قابل توجه نیست.

فرمول سازی به روش کمترین انرژی پتانسیل کل

روشی است که برای مدل‌سازی المان محدود مسائل مکانیک جامدات کاربرد بیشتری دارد. همان طور که می‌دانید، نیروهای خارجی که به جسم وارد می‌شوند باعث تغییر شکل در آن جسم خواهند شد. این تغییر شکل، که به وسیله نیروهای خارجی انجام می‌شود، به صورت انرژی الاستیک (که به انرژی استرین نیز خوانده می‌شود) در ماده ذخیره می‌شود. انرژی استرین که در یک جسم تحت بار مرکزی خارجی ذخیره شده است را در نظر بگیرید.



شکل ۱-۳ رفتار الاستیک ماده به صورت یک فنر خطی مدل می‌شود.

در شکل ۱-۳ یک تکه از جسم به صورت یک حجم دیفرانسیلی با تنش‌هایی که بر سطح آن وارد می‌شوند در نظر گرفته شده است. می‌دانیم که می‌توان رفتار الاستیک ماده را به صورت یک فنر خطی مدل کرد. هنگامی که جسم به مقدار دیفرانسیلی dy' کشیده می‌شود، انرژی ذخیره شده در آن به صورت زیر به دست می‌آید:

$$d\Delta = \int_0^{y'} F dy' = \int_0^{y'} ky' dy' = \frac{1}{2}ky'^2 = \left(\frac{1}{2}ky'\right)y'$$

این رابطه را می‌توان برحسب استرس و استرین قائم به دست آورد:

$$d\Delta = \left(\frac{1}{2}ky'\right)y' = \left(\frac{1}{2}\sigma_y dx dz\right)\varepsilon dy = \frac{1}{2}\sigma\varepsilon dv$$

بنابراین برای یک بارگذاری محوری روی یک جسم انرژي استرین به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\Delta(e) = \int d\Delta = \int_V \frac{\sigma\varepsilon}{2} dv = \int_V \frac{\sigma\varepsilon^2}{2} dv$$

که در آن V حجم کل جسم است. کل انرژي پتانسیل یک جسم که دارای n المان و m گره باشد برابر تفاضل انرژي تغییر شکل در آن جسم، از کاری است که به وسیله نیروهای خارجی انجام می‌گیرد:

$$\Pi = \sum_{e=1}^n \Delta^{(e)} - \sum_{i=1}^m F_i u_i$$

اصل کمترین انرژي پتانسیل کلی، بیان می‌کند که برای یک سیستم پایدار، جابه جایی در شرایط تعادل طوری صورت می‌گیرد که انرژي پتانسیل کل سیستم حداقل شود:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial u_i} = \frac{\partial}{\partial u_i} \sum_{e=1}^n \Delta^{(e)} - \frac{\partial}{\partial u_i} \sum_{i=1}^m F_i u_i = 0$$

فرمول سازی به روش‌های باقیمانده وزنی

روشهای باقیمانده وزنی، با به دست آوردن جواب‌های تقریبی برای معادلات دیفرانسیل حاکم بر سیستم مورد نظر استوار است. این جواب‌های مفروض باید طوری باشند که شرایط اولیه و شرایط مرزی در آنها صدق کند. از طرفی از آنجا که جواب حدس زده شده دقیق نیست، جایگذاری آن در معادله دیفرانسیل موجب بروز خطا یا مقدار باقیمانده‌ای می‌شود.

به طور ساده، هر روش باقیمانده وزنی براین اصل استوار است که در نقطه‌ای خاص از دامنه حل مساله یا در فاصله‌هایی مشخص از آن، مقدار خطا صفر شود.

فصل دوم

نکات ابتدایی المان محدود

در روش المان محدود به دنبال تابعی ریاضی هستیم که بتواند مسائلی از دنیای واقعی را به زبان ریاضی بیان کند. هدف چنین تابعی مدل نمودن واقعی جهت استفاده در دنیای المان محدود است.

همان طور که می‌دانید هر تابعی در ریاضی از سه بخش اصلی زیر تشکیل شده است:

۱- دامنه ورودی تابع

۲- ضابطه تابع

۳- برد خروجی تابع

پس توابع المان محدود (یا مدل‌های مطرح شده به زبان ریاضی) نیز قطعا دارای سه فاکتور بالا هستند. المان‌ها که همان مدل‌های مجازی از دنیای واقعی هستند، نیز دارای دامنه‌ای از ورودی‌های مجاز می‌باشند که به موجب آن هر المانی (مدل ریاضی)، هر پارامتر طبیعی را قبول نمی‌کند. به عنوان مثال در برخی از المان‌ها که صرفا مخصوص فرایندهای سازه‌ای هستند، نمی‌توان دما را به عنوان پارامتر ورودی تعریف کرد. زیرا دما جزء ورودی‌ها و دامنه مجاز آن المان‌ها نیست. از آنجایی که هر المان نقش یک تابع را ایفا می‌کند، برحسب ورودی‌های مجاز که توسط کاربر اعمال می‌شود، نتیجه و خروجی خاصی خواهد داشت. المان‌ها نقش اصلی در حل مسئله را بر عهده دارند که این اهمیت را با رابطه زیر می‌توان نشان داد.

المان ← تابع ریاضی ← مدلی از واقعیت

پس المان‌ها، ورودی را که مجاز به دریافت آن نباشند، نمی‌پذیرند و به طبع آن خروجی بی‌ربط با ورودی و ضابطه خود تولید نمی‌کنند. به طور مثال برای یک میله تحت کشش، ورودی المان، ابعاد میله و مدول کشسانی می‌باشد و خروجی آن نیز استرین حاصل در آن میله فرض می‌شود. طبیعی است که اگر هر کدام از ورودی‌ها و آنچه که المان برای حل به آن نیاز دارد، ناقص و یا اشتباه وارد شود، جواب درستی از المان حاصل نمی‌شود.

همچنین اگر ورودی المان کامل و بی‌عیب باشد و خروجی آن را به درستی تفسیر نشود، نتیجه صحیحی به دست نمی‌آید. اگرچه حل مسئله توسط المان به درستی صورت گرفته، به دلیل عدم توانایی در درک خروجی، حل مسئله ناقص می‌ماند.

دامنه ورودی المان

آشنایی با مساله و پارامترهای مرتبط، ضروری می‌باشد. حل مساله المان محدود بدون آگاهی و اشراف کامل به مساله، تعریف صحیح ورودی المان محدود را غیرممکن می‌نماید. بعضی مواقع برای داده‌های ورودی از جداول استاندارد استفاده می‌شود. البته این کار زمانی عملی می‌باشد که مساله نیز شرایط استاندارد داشته باشد، در غیر این صورت باید از ورودی‌های مختص مساله به عنوان ورودی المان استفاده شود.

ضابطه المان

آگاهی از اینکه المان چه تغییراتی بر اطلاعات ورودی اعمال می‌نماید، مفید می‌باشد. آگاهی از رفتار تابع المان زمانی که نرم افزار در حل مساله با خطا روبرو شود بسیار مفید می‌باشد. این خطاها به صورت پیغام بر روی نمایشگر ظاهر می‌شود، بنابراین آگاهی از تابع المان در رفع خطای به وجود آمده کمک خواهد کرد.

خروجی المان

این قسمت، مهمترین بخش از حل مساله می باشد. زیرا اگر به رغم تعریف ورودی های صحیح و کامل برای المان، قادر به تحلیل خروجی المان نباشیم، این حل هیچ نتیجه ای نخواهد داشت. خروجی المان به شکل های گوناگون قابل تحلیل است. خروجی معمولاً به صورت عدد، نمودار، شکل و کانتورهای رنگی می باشد. تحلیل خروجی المان، به شناخت کامل از مساله وابسته است. در صورتی که این شناخت به صورت کامل وجود داشته باشد، تحلیل خروجی المان آسان خواهد بود. بنابراین درک هر سه بخش ورودی، ضابطه و خروجی المان، در حل نمودن صحیح مساله اهمیت دارد.

فصل سوم

مکانیک مواد

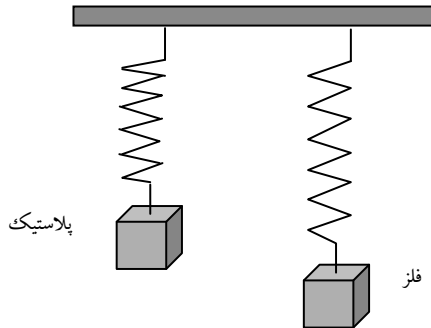
مقدمه

اغلب مواد دندانپزشکی متحمل نیروهایی حین جویدن می گردند. آگاهی از خصوصیات مکانیکی در درک و تعیین رفتار مواد تحت نیرو اهمیت دارد. از آن جایی که یک خصوصیات مکانیکی منفرد، هرگز تعیین کننده مقادیر واقعی نیروها نیست، ضرورت دارد که اصول درگیر در خصوصیات مکانیکی متعدد را درک کنیم. این فصل به معرفی تعاریف اولیه، نظریات بنیادی و قوانین بیومکانیک دندان که اجزای وابسته به موفقیت دراز مدت روش های ترمیمی می باشند، می پردازد.

جرم، نیرو و وزن

از عمده کاربردهای اصول فیزیکی در دندانپزشکی مطالعه نیروهایی است که به دندانها و مواد ترمیمی وارد می شوند. اما قبل از اینکه به بحث در مورد منشا نیروهای وارد بر دندانها پردازیم، قدری به تعریف نیرو و مقیاس اندازه گیری آن می پردازیم.

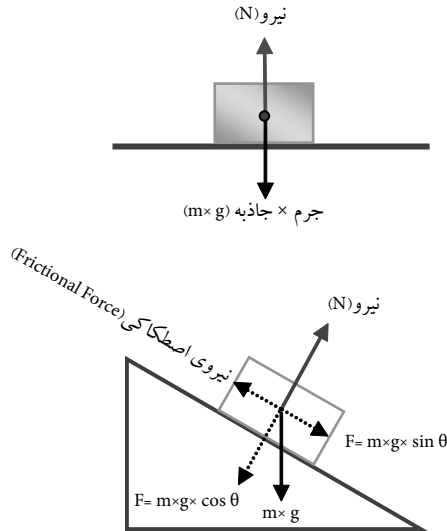
جرم خصوصیتی از ماده است که میزان کشش نیروی ثقل بر ماده را عنوان می کند. به طور مثال دو مکعب را در نظر بگیرید. که یکی از پلاستیک و دیگری از فلز ساخته شده است. اگر هر دو توسط فنرهای یکسان نگه داشته شوند، هر کدام از فنرها براساس میزان مشخصی از نیروی ثقل که به هر مکعب وارد می شود، باز می شوند. باز شدن فنرها را می توان با برداشتن قسمتی از مکعب فلزی یکسان نمود. هر چند مکعبها ترکیب ساختاری و اندازه کاملاً متفاوتی دارند ولی می توانند از نظر پاسخ به نیروی جاذبه زمین یکسان ساخته شوند. این خصوصیت ذاتی هر مکعب که به مقدار ماده در هر جسم فیزیکی بستگی دارد، جرم نامیده می شود. واحد جرم در سیستم متریک (سیستم بین المللی واحدها) کیلوگرم، و در سیستم انگلیس، پوند (Ibm) است.



شکل ۱-۳ دو مکعب از مواد مختلف با فنرهای یکسان نگه داشته شده اند بسته به اثر نیروی جاذبه به مقدار متفاوت جابجا می شوند.

ایزاک نیوتون در ۱۶۸۷، قوانینی را تشریح کرد که امروزه قوانین حرکتی نیوتن نامیده می شوند. در قانون دوم، وی بیان کرد که میزان شتاب بدن با جرم آن نسبت عکس و با نیرویی که ایجاد شتاب می کند نسبت مستقیم دارد. این رابطه توسط $F=ma$ نشان داده می شود که در آن F نشان دهنده نیرو بر حسب نیوتن، m جرم بر حسب

کیلوگرم و a شتاب بر حسب متر بر مجذور ثانیه است. نیرو در واقع از طریق فشار دادن یا کشیدن یک جسم روی جسم دیگر (تماس واقعی با جسم) و یا از فاصله دور بر آن اعمال می‌گردد. نتیجه اعمال نیرو در محل نشستگاه ماده، حرکت ماده است اما اگر جسم تحت اعمال نیرو در محل خود باقی بماند، نیرو باعث تغییر شکل جسم می‌گردد.



شکل ۲-۳ طبق قانون دوم نیوتن میزان شتاب بدن با جرم آن نسبت عکس و با نیرویی که ایجاد شتاب می‌کند نسبت مستقیم دارد.

وزن اصطلاحی است که برای نشان دادن نیروی ثقل وارده به جسم در یک مکان خاص به کار می‌رود. وزن و نیرو دارای واحدهای یکسان هستند (N و lbf). اگر مکعب فلزی در ماه قرار بگیرد نیروی وزن آن (نیروی ایجاد شده توسط جاذبه) با وزن آن روی زمین متفاوت خواهد بود؛ جرم آن تغییر نکرده ولی شتاب ناشی از جاذبه تغییر می‌یابد.

استرس

با اعمال نیرو بر یک جسم تمایل به تغییر شکل پدید می‌آید و مقاومتی در برابر اعمال این نیروی خارجی وارد شده صورت می‌گیرد. واکنش داخلی دارای شدت مشابه و جهت عکس نیروی اعمال شده می‌باشد و به نام استرس خوانده می‌شود. هم نیروی خارجی و هم مقاومت داخلی (استرس) در سطح جسم توزیع می‌گردند، بنابراین واحد استرس به صورت نیرو در واحد سطح بیان می‌شود. استرس، مشخصات فشار را دارد و به صورت فرمول زیر بیان می‌شوند:

$$stress = \frac{Force}{Area}$$

از آن جایی که اندازه‌گیری نیروی مقاومت کننده جسم غیرممکن است روش رایج اندازه‌گیری، خارج قسمت نیروی خارجی (F) است که بر سطح مقطع وارد می‌گردد و به صورت S یا δ نشان داده می‌شود. واحد استرس به صورت نیوتن تقسیم بر واحد سطح یا مربع طول است که اغلب به صورت مگا پاسکال بیان می‌شود.